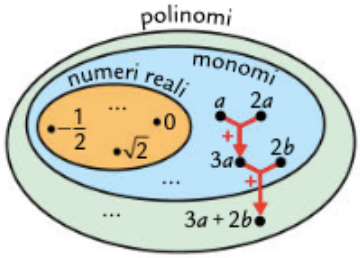
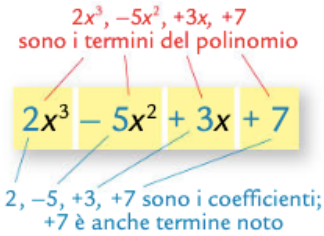
I POLINOMI: DEFINIZIONI

MONOMIO	Un **polinomio** è una somma algebrica di monomi. N.B.: 1. Ciascuno dei monomi che compongono il polinomio si dice **termine** del polinomio. 2. Ogni monomio si può pensare come la somma algebrica di se stesso con il monomio nullo; per esempio: $a^2 = a^2 + 0$. Quindi ogni monomio è un polinomio: i monomi sono un sottoinsieme dei polinomi 3. Tutti **i numeri sono** monomi pertanto sono anche **polinomi** 4. 0 (monomio nullo) è il **polinomio nullo**	Sono polinomi: $4x + \frac{4}{5}x^2 - 5$; $5\frac{x}{y^{-1}} - 4y$ NON sono polinomi: $3 + x + \frac{x}{y}$; $x^3y^{-2} - 5y$ 
FORMA NORMALE	Un polinomio è ridotto in **forma normale** (o, brevemente, ridotto) se i suoi termini sono monomi in forma normale e non ci sono monomi simili. Qualunque polinomio può essere ridotto in forma normale. N.B.: 1. Un polinomio ridotto si chiama: - **binomio** se ha due termini - **trinomio** se ha tre termini - **quadrinomio** se ha quattro termini. Se ha più di quattro termini si parla in generale di polinomio. 2. I **coefficienti** di un polinomio ridotto sono i coefficienti dei monomi che lo compongono. Il **termine noto** è il termine costituito soltanto da un numero 	Il polinomio $4a^2bc - abca + 1$ non è in forma normale. Svolgendo i calcoli risulta: $4a^2bc - a^2bc + 1 = 3a^2bc + 1$ $x^2 - y^2$ $a + 2a^2 + 1$ $y^4 - 3xy + 3x^3y - x$ 4abc + 5bc - 3

Per i polinomi *ridotti in forma normale* diamo queste ulteriori definizioni:

<table>
<tr><td>POLIN. UGUALI, OPPOSTI</td><td>Due polinomi ridotti sono:
• uguali se sono composti dagli stessi termini, anche se in un ordine diverso;
• opposti se uno è composto da tutti i termini opposti dell'altro (indipendentemente dall'ordine).</td><td>$a + 3b - 5c$ e $a - 5c + 3b$ sono uguali
$a + 3b - 5c$ e $5c - a + 5c - 3b$ sono opposti</td></tr>
<tr><td rowspan="2">GRADO DI UN POLINOMIO</td><td>Il grado di un polinomio (ridotto e non nullo) rispetto a una lettera è il massimo esponente che la lettera ha nel polinomio.</td><td></td></tr>
<tr><td>Il grado (complessivo) di un polinomio è il maggiore tra i gradi dei suoi termini.
N.B.:
1. Un numero diverso da 0 è un polinomio di grado 0
2. Non si attribuisce alcun grado al polinomio nullo (0 non ha grado) perché si può scrivere come:
$0 = 0 \cdot x^0 = 0 \cdot x = 0 \cdot x^2 = \cdots$</td><td>$a + b^2 + a^2b^3 + ab^2$
Grado 1 2 5 3
ATTENZIONE!
Salvo avviso contrario supporremo che le lettere che compaiono in un polinomio siano delle variabili. In qualche caso, tuttavia, in un polinomio possono comparire anche delle costanti.
Consideriamo per esempio il polinomio
$\pi^3x^2 - 2\pi x + 1$ dove π è la costante che rappresenta il ben noto numero irrazionale (3,14...): il grado non è 5 (come sarebbe se anche π fosse una variabile), bensì 2.</td></tr>
<tr><td>POLINOMI OMOGENEI, ORDINATI, COMPLETI</td><td>Un polinomio ridotto si dice:
- omogeneo se tutti i termini hanno lo stesso grado
- ordinato rispetto a una lettera se ha i termini disposti in modo che gli esponenti di quella lettera siano decrescenti o crescenti
- completo rispetto a una lettera se nei suoi termini compaiono tutte le potenze di tale lettera, da quella con esponente massimo a quella con esponente 0.
<table><tr><th>Sono completi</th><th>Non sono completi</th></tr><tr><td>$2x^3 - 2x^2 + x + 1$
Ci sono tutte le potenze di x, da quella di grado 3 (che è x^3), a quella di grado 0 (poiché $1 = x^0$).</td><td>$2x^3 - x + x^2$
Manca la potenza di x di grado 0, ossia il termine noto.</td></tr><tr><td>$a^3 + a^2b + a + b^3$ rispetto alla variabile a.
Ci sono tutte le potenze di a, da quella di grado 3 (che è a^3), a quella di grado 0 (che è $b^3 = a^0b^3$).</td><td>$a^3 + a^2b + a + b^3$ rispetto alla variabile b.
Manca la potenza di b di grado 2.</td></tr></table></td><td>$2x^3 + xy^2 + y^3$ Tutti i termini hanno grado 3.
$a^3 + a^2b + ab^2 + b^3$
è ordinato secondo le potenze decrescenti di a.
$a^3 + a^2b + ab^2 + b^3$
è anche ordinato secondo le potenze crescenti di b.</td></tr>
</table>

NOTAZIONI E ZERI	Si indicano **i polinomi** con **lettere maiuscole** (per esempio: A, B, C, P, Q).	La scrittura $A(x)$, che si legge «A di x»), indica un generico polinomio nella variabile x (si sarebbe potuto scrivere anche $B(x)$, $Q(x)$).
	Se si vogliono **specificare le variabili** da cui dipende un polinomio, si fa seguire tra parentesi tonde l'indicazione di tali variabili.	Si può indicare il polinomio $a^2 + ab + b^2$, nelle due variabili a e b, con la scrittura $P(a, b)$.
	Un polinomio è un'espressione algebrica e, come tale, se ne può **calcolare il valore** una volta che siano stati attribuiti dei numeri alle variabili da cui dipende.	Sia $P(x) = x^3 - 2x + 1$. Il valore assunto dal polinomio per *x=−2* è: $P(-2) = (-2)^3 - 2(-2)+= -8 + 4 + 1 = -3$
	Un numero in corrispondenza del quale un polinomio (in una variabile) assume valore 0 si chiama **zero (o radice) del polinomio**.	Sia $P(x) = x^3 - 2x + 1$. Il numero 1 è uno zero del polinomio poiché: $P(1) = 13 - 2 \cdot 1 + 1 = 1 - 2 + 1 = 0$